



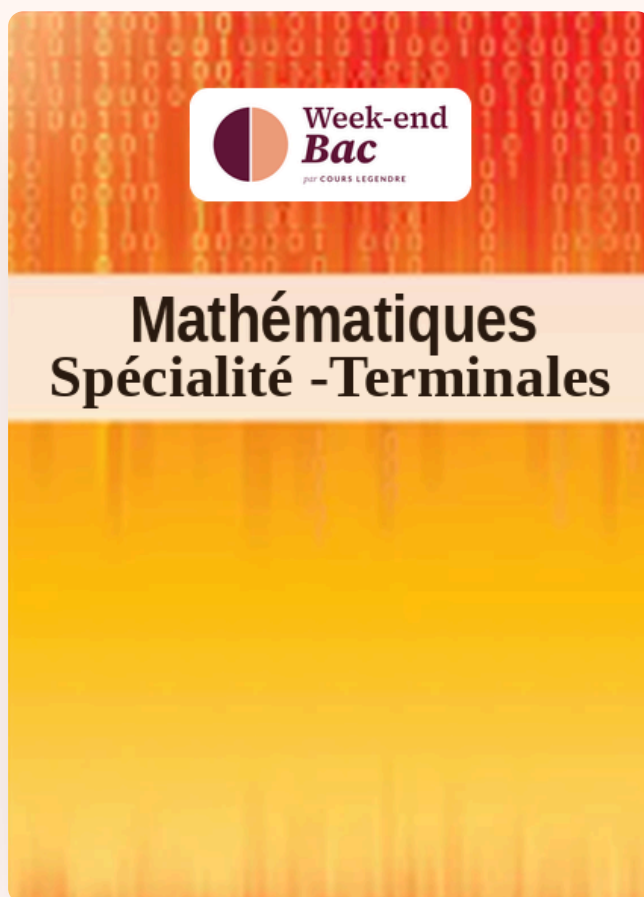
Week-end *Bac*

par COURS LEGENDRE

EXTRAIT DU LIVRET

Mathématiques

Spécialité · terminale



Chaque participant d'un Week-end Bac reçoit le livret complet de la matière étudiée.

Livrets réalisés conformément aux bulletins officiels de l'Éducation nationale.

METHODES POUR ETUDIER UNE FONCTION

1. La continuité

a) Approche intuitive

- Intuitivement, une fonction est continue lorsqu'on peut tracer sa courbe sans lever le crayon.

b) Définitions et propriétés

❖ Continuité en un point :

- Une fonction f est continue en a si et seulement si : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

❖ Continuité sur un intervalle :

- Une fonction f est continue sur un intervalle I si et seulement si elle est continue en tout point de I .

Propriété : On admet que toutes les fonctions de référence connues jusqu'à présent, ainsi que leurs somme, différence, produit, quotient, composée, sont continues sur chaque intervalle de leur ensemble de définition.

Remarque : Attention, la fonction inverse *est* continue malgré les apparences !

c) Comment étudier la continuité d'une fonction ?

Exemple : Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sin x}{x} \text{ sur }]0 ; +\infty[\\ f(0) = 1 \end{cases}$$

Etudier la continuité de f sur $[0 ; +\infty[$.

d) Le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires

Exemple : Montrer que l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[a ; b]$.

2. La dérivabilité

a) Approche intuitive

En regardant la courbe représentative d'une fonction f comme la trajectoire d'une voiture représentée en fonction du temps, le nombre dérivé $f'(t)$ représente la vitesse de la voiture à l'instant t .

b) Définitions et propriétés

❖ Dérivabilité en un point :

- Une fonction f est dérivable en a si et seulement si : $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ existe et est réelle.

Ou bien, de façon équivalente, en posant $x = a + h$: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ existe et est réelle.

On définit alors le nombre dérivé de f en a : $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

❖ Dérivabilité sur un intervalle :

- Une fonction f est dérivable sur un intervalle I si et seulement si elle est dérivable en tout point de I .

Propriété : En dehors des deux exceptions ci-dessous, on admet que toutes les fonctions de référence connues jusqu'à présent, ainsi que leurs somme, différence, produit, quotient, composée, sont dérivables sur chaque intervalle de leur ensemble de définition.

Exceptions : La fonction racine carrée et la fonction valeur absolue ne sont pas dérivables en 0.

Propriété : Toute fonction dérivable est continue. (Attention, la réciproque est fausse !)

c) Interprétation graphique

- Graphiquement, $f'(a)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a .

d) Les formules de dérivation

❖ *Dérivées des fonctions de référence*

$f(x) = k, \text{ avec } k \in \mathbb{R}$	$f'(x) =$
$f(x) = x^n, \text{ avec } n \in \mathbb{Z}$	$f'(x) =$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$f'(x) =$
$f(x) = \sqrt{x}$	$f'(x) =$ pour $x > 0$.
$f(x) = \sin x$	$f'(x) =$
$f(x) = \cos x$	$f'(x) =$
$f(x) = e^x$	$f'(x) =$
$f(x) = \ln x$	$f'(x) =$

❖ *Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient*

Soient u et v des fonctions de x , et k un réel.

$(u+v)' =$	$(ku)' =$	$(uv)' =$	$\left(\frac{u}{v}\right)' =$
------------	-----------	-----------	-------------------------------

❖ *Dérivée d'une fonction composée*

Soit u une fonction de x .

Exemples :

$(\sqrt{u})' =$	$\left(\frac{1}{u}\right)' =$	$(u^n)' =$
$(\sin u)' =$	$(e^u)' =$	$(\ln u)' =$

Formule générale : $(f(u))' =$

❖ Un exemple récapitulatif

Dériver la fonction $f(x) = \frac{x^2+3}{e^{-x}}$

e) L'équation de la tangente

La tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a a pour équation :

3. ⚙ Comment calculer une limite ?

a) Les cas simples

Exemples : $\lim_{x \rightarrow 3} -x^2 + 5x + 1 =$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \frac{1}{x^2}\right)^3 =$$

b) Les formes indéterminées, et celles qui ne le sont pas

Les quatre formes indéterminées à connaître :

Remarque : Attention, $\frac{0}{\infty}$ et $\frac{\infty}{0}$ ne sont pas des formes indéterminées.

c) Limite d'un polynôme ou d'une fraction rationnelle à l'infini

On utilise la règle des termes de plus haut degré.

Exemple : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-2x+3}{5-x} =$

d) Limite obtenue par le théorème des gendarmes

Exemple : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} =$

e) Limite d'un taux de variation

Exemple : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} =$

f) Changement de variable

Exemple : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{5x}}{x} =$

4. Recherche d'asymptotes

a) Asymptotes horizontales

Si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = a$, alors la droite d'équation $y = a$ est asymptote horizontale à la courbe de f en $\pm\infty$.

Exemple : $f(x) = \frac{2+5x}{3-x}$



Week-end *Bac*

par COURS LEGENDRE

Organisons ensemble votre prochain *Week-end Bac*

Vous représentez une association de parents d'élèves ou un établissement ?
Nous construisons avec vous un stage adapté aux niveaux et aux matières
de vos élèves.

weekendbac@cours-legendre.fr

01 89 71 34 01

www.weekendbac.com